

## Grafy III - zadania dodatkowe

1. Niech  $n \geq 5$  oraz  $W_n$  oznacza graf powstały z cyklu  $C_n$  przez dołączenie do niego jednego nowego wierzchołka i połączenie go krawędziami ze wszystkimi wierzchołkami cyklu  $C_n$ .
  - a) Czy graf  $W_n$  jest dwudzielny?
  - b) Czy graf  $W_n$  ma drzewo spinające będące ścieżką?
  - c) Czy graf  $W_n$  ma drzewo spinające będące gwiazdą?
  - d) Czy graf  $W_n$  jest planarny?
2. Niech  $G$  będzie grafem powstałym z cyklu  $C_6$  poprzez dodanie dwóch nowych wierzchołków i połączenie ich krawędzią ze wszystkimi pozostałymi wierzchołkami oraz ze sobą. Czy graf  $G$  jest planarny? Czy jest eulerowski? Czy jest hamiltonowski? Odpowiedzi uzasadnij.
3. Niech  $G$  będzie grafem rzędu  $n = 28$ , w którym wierzchołki są wyznaczone przez parami różne ciągi binarne długości 6. Dwa wierzchołki są połączone krawędzią wtedy i tylko wtedy, gdy odpowiadające im ciągi różnią się nieparzystą liczbą bitów. Wyznacz stopnie wierzchołków w tym grafie, liczbę chromatyczną i indeks chromatyczny.
4. Niech  $G$  będzie grafem rzędu  $n$ ,  $n \geq 3$ , otrzymanym z grafu pełnego  $K_n$  poprzez usunięcie skojarzenia o maksymalnej liczebności. Wyznacz stopnie wierzchołków w tym grafie, liczbę chromatyczną oraz indeks chromatyczny.
5. Niech  $G$  będzie grafem rzędu  $n$ ,  $n \geq 3$ , otrzymanym z grafu pełnego  $K_{n-1}$  poprzez rozdzielenie jednej krawędzi. Wyznacz stopnie wierzchołków, liczbę chromatyczną oraz indeks chromatyczny grafu  $G$ .